Profesor: Juan Sanmartín
Matemáticas – Curso 2012/2013
4º E.S.O.

OPERACIONES CON RADICALES

Propiedades de los radicales

Índice de la raíz

Exponente

$$\sqrt[n]{b^{p}}$$

Base

Producto de radicales del mismo índice.

$$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}\xrightarrow{\text{Ejemplo}}\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{5\cdot 4}=\sqrt[3]{20}$$

Cociente de radicales del mismo índice.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\xrightarrow{\text{Ejemplo}}\frac{\sqrt[7]{125}}{\sqrt[7]{25}}=\sqrt[7]{\frac{125}{25}}=\sqrt[7]{5}$$

Potencia de un radical.

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m} \xrightarrow{\text{Ejemplo}} \left(\sqrt[3]{5}\right)^7 = \sqrt[3]{5^7}$$

Raíz de una raíz

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a} \xrightarrow{\text{Ejemplo}} \sqrt[3]{\sqrt[5]{7}} = \sqrt[15]{7}$$

Paso de Radical a Exponente

Exponente

$$\sqrt[n]{b^p} = b^{\frac{p}{n}} \xrightarrow{\text{Ejemplo}} \sqrt[3]{5^7} = 5^{\frac{7}{2}}$$

Índice de la raíz

Opera y simplifica:

$$\frac{\sqrt{\sqrt{b\cdot a^3}}\sqrt{\sqrt[3]{a^8}\cdot b^3}\cdot\sqrt[3]{b^2\cdot\sqrt{d^2}}}{\sqrt{b^3\cdot a^5}\cdot\sqrt[5]{a^7\cdot d^4}}$$

Aplicamos las propiedades de los radicales que hemos visto unir raíces y pasamos la raíz a exponente

$$\frac{\sqrt{\sqrt{b\cdot a^3}}\sqrt{\sqrt[3]{a^8}\cdot b^3}\cdot\sqrt[3]{b^2\cdot\sqrt{d^2}}}{\sqrt{b^3\cdot a^5}\cdot\sqrt[5]{a^7\cdot d^4}}=\frac{b^{\frac{1}{4}}\cdot a^{\frac{3}{4}}\cdot a^{\frac{8}{6}}\cdot b^{\frac{3}{2}}\cdot b^{\frac{2}{3}}\cdot d^{\frac{2}{6}}}{b^{\frac{3}{2}}\cdot a^{\frac{5}{2}}\cdot a^{\frac{7}{5}}\cdot d^{\frac{4}{5}}}=$$

Utilizando las propiedades de las potencias, sumamos los exponentes de las BASES IGUALES que se están MULTIPLICANDO y restamos los exponentes de aquellas que están dividiendo.

$$=\frac{b^{\frac{1}{4}+\frac{3}{2}+\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{3}{4}+\frac{8}{6}}\cdot d^{\frac{2}{6}}}{b^{\frac{3}{2}}\cdot a^{\frac{5}{2}+\frac{7}{5}}\cdot d^{\frac{4}{5}}}=b^{\frac{1}{4}+\frac{3}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{2}}\cdot a^{\frac{3}{4}+\frac{8}{6}-\frac{5}{2}-\frac{7}{5}}\cdot d^{\frac{2}{6}-\frac{4}{5}}=$$

Aquí aplicamos suma de fracciones…

$$= b^{\frac{3+18+8-18}{12}} \cdot a^{\frac{45+80-150-84}{60}} \cdot d^{\frac{10-24}{30}} = b^{\frac{11}{12}} \cdot a^{\frac{-109}{60}} \cdot d^{\frac{-14}{30}} =$$

En aquellos casos en que la fracción se pueda simplificar es necesario hacerlo.

$$= b^{\frac{11}{12}} \cdot a^{\frac{-109}{60}} \cdot d^{\frac{-7}{15}} = \frac{b^{\frac{11}{12}}}{a^{\frac{109}{60}} \cdot d^{\frac{7}{15}}} = \frac{\sqrt[12]{b^{11}}}{\sqrt[60]{a^{109}} \cdot \sqrt[15]{d^{7}}}$$

Las fracciones negativas pasan al denominador (Propiedades de las potencias) y volvemos a transformar el exponente en raíz.

Opera y simplifica: $3\sqrt[3]{81}+\sqrt[3]{24}-5\sqrt[3]{375}$

Descomponemos las bases de las raíces en sus factores primos.

81	3	24	2	375	3
27	3	12	2	125	5
9	3	6	2	25	5
3	3	3	3	5	5
1		1		1	

$$3\sqrt[3]{81}+\sqrt[3]{24}-5\sqrt[3]{375}=$$

$$=3\sqrt[3]{3^4}+\sqrt[3]{2^3\cdot 3}-5\sqrt[3]{5^3\cdot 3}=$$

Separamos las potencias de forma que el exponente sea igual o múltiplo del índice de la raíz y así pueda salir.

$$=3\sqrt[3]{3^3}\cdot\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{3}-5\sqrt[3]{5^3}\cdot\sqrt[3]{3}=$$

En las raíces donde el exponente es igual o múltiplo del índice desaparece la raíz

$$=3\cdot 3\cdot\sqrt[3]{3}+2\cdot\sqrt[3]{3}-5\cdot 5\cdot\sqrt[3]{3}=$$

$$=9\sqrt[3]{3}+2\sqrt[3]{3}-25\sqrt[3]{3}=-14\sqrt[3]{3}$$

FIN DE TEMA

Busca enlaces a otras páginas relacionadas con el tema en…

www.juansanmartin.net