Profesor: Juan Sanmartín
Matemáticas – Curso 2012/2013
4º E.S.O.

RACIONALIZACIÓN

¿Qué es la Racionalización?

En una fracción es incorrecto que en el denominador esté la raíz y por lo tanto tenemos que subirla al denominador

$$\frac{b}{\sqrt{a}}$$

Para que el VALOR de la FRACCIÓN no varíe tenemos que multiplicar por 1, o lo que es lo mismo….

$$\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{a^2}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

Al multiplicar y dividir por un mismo número el resultado no varia, ya que el resultado de esta fracción es uno

$$\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{\boxed{\sqrt{a^2}}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

Aclaración: En la raíz cuadrada no se pone el ÍNDICE DE LA RAÍZ que es 2, en este caso al realizar la multiplicación el 2 de la raíz se va con el 2 de índice desapareciendo la raíz.

EJEMPLO:

$$\frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{-2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$$

C A S O S

P O S I B L E S

EJEMPLO 2:

$$\frac{3}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{3}{\sqrt[3]{5^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{3\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{3\sqrt[3]{5}}{5}$$

$$\sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5^{2+1}} = \sqrt[3]{5^3} = 5^{\frac{3}{3}} = 5$$

Debemos buscar que el EXPONENTE sea IGUAL o MÚLTIPLO del índice de la raíz y para ello utilizamos las propiedades de los radicales que hemos visto a principio del tema.

EJEMPLO 3:

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[7]{3^4}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[7]{3^4}} \cdot \frac{\sqrt[7]{3^3}}{\sqrt[7]{3^3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[7]{3^3}}{\sqrt[7]{3^7}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[7]{3^3}}{3}$$

$$\sqrt[7]{3^4} \cdot \sqrt[7]{3^3} = \sqrt[7]{3^{4+3}} = \sqrt[7]{3^7} = 3^{\frac{7}{7}} = 3$$

CASOS POSIBLES

EJEMPLO 3:

$$\frac{7}{\sqrt[8]{5^{13}}} = \frac{7}{\sqrt[8]{5^{13}}} \cdot \frac{\sqrt[8]{5^{3}}}{\sqrt[8]{5^{3}}} = \frac{7 \cdot \sqrt[8]{5^{3}}}{\sqrt[8]{5^{16}}} = \frac{7 \cdot \sqrt[8]{5^{3}}}{5^{2}} = \frac{7 \cdot \sqrt[8]{5^{3}}}{25}$$

$$\sqrt[8]{5^{13}} \cdot \sqrt[8]{5^{3}} = \sqrt[8]{5^{16}} = 5^{\frac{16}{8}} = 5^{2}$$

En estos casos, al ser mayor el exponente que el índice de la raíz buscamos que en la multiplicación de las bases, la suma de los exponentes nos de un múltiplo de dicho índice.

EJEMPLO 4:

$$\frac{8}{\sqrt[3]{13^{19}}} = \frac{8}{\sqrt[3]{13^{19}}} \cdot \frac{\sqrt[3]{13^{2}}}{\sqrt[3]{13^{2}}} = \frac{8 \cdot \sqrt[3]{13^{2}}}{\sqrt[3]{13^{21}}} = \frac{8 \cdot \sqrt[3]{13^{2}}}{13^{7}}$$

$$\frac{-2}{\sqrt{3}+2}$$

En el caso de que el denominador tenga una suma o una diferencia NO podemos aplicar el método anterior y multiplicar por si mismo... Ya que seguiría quedando la raíz.

$$\left(\sqrt{3}+2\right)\cdot\left(\sqrt{3}+2\right)=\left(\sqrt{3}\right)^2+2^2+2\cdot 2\cdot\sqrt{3}$$

Recordando los PRODUCTOS NOTABLES

$$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$$
$$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$$
$$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$$

Tenemos que multiplicar por el combinado para eliminar la raíz…

$$\frac{-2}{\sqrt{3}+2}=\frac{-2}{\sqrt{3}+2}\cdot\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-2}=\frac{-2\cdot\left(\sqrt{3}-2\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-2^2}=\frac{-2\sqrt{3}+4}{3-4}=2\sqrt{3}-4$$

EJEMPLOS

EJEMPLO 1:

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}\cdot\frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{5}-\sqrt{2}\sqrt{7}}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{7}\right)^2}=$$

$$=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{14}}{5-7}=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{14}}{-2}=\frac{-\sqrt{10}+\sqrt{14}}{2}$$

EJEMPLO 2:

$$\frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-5}=\frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-5}\cdot\frac{\sqrt{2}+5}{\sqrt{2}+5}=\frac{3\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2+5\sqrt{2}+15}{\left(\sqrt{2}\right)^2-5^2}=$$

$$=\frac{3\sqrt{2}+2+5\sqrt{2}+15}{2-25}=\frac{8\sqrt{2}+17}{-23}=\frac{-8\sqrt{2}-17}{23}$$

FIN DE TEMA

Busca enlaces a otras páginas relacionadas con el tema en…

www.juansanmartin.net