

Boletín Trigonometría III – Matemáticas 4º ESO

Teniendo en cuenta la ecuación fundamental de trigonometría y derivadas, así como la relación de las razones trigonométricas...

$$\begin{aligned} \text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha = 1 \rightarrow \begin{cases} 1 + \text{cotag}^2\alpha = \text{cosec}^2\alpha \\ \text{tag}^2\alpha + 1 = \text{sec}^2\alpha \end{cases} & \quad \text{tag}\alpha = \frac{\text{sen}\alpha}{\text{cos}\alpha} & \quad \text{sec}\alpha = \frac{1}{\text{cos}\alpha} \\ & \quad \text{cotag}\alpha = \frac{\text{cos}\alpha}{\text{sen}\alpha} & \quad \text{cosec}\alpha = \frac{1}{\text{sen}\alpha} \end{aligned}$$

Ejercicio.- Comprueba si son ciertas las siguientes identidades notables...

Ejemplos 01

$$\frac{\text{tag}^2\alpha + 1}{\text{cotag}\alpha} = \frac{\text{tag}\alpha}{\text{cos}^2\alpha} \rightarrow \frac{\text{sec}^2\alpha}{\text{cotag}\alpha} = \frac{\text{tag}\alpha}{\text{cos}^2\alpha} \rightarrow \frac{\frac{1}{\text{cos}^2\alpha}}{\frac{\text{cos}\alpha}{\text{sen}\alpha}} = \frac{\text{sen}\alpha}{\text{cos}\alpha} \rightarrow \frac{\text{cos}\alpha \cdot \text{sen}\alpha}{\text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\alpha} = \frac{\text{cos}^2\alpha}{\text{cos}^2\alpha} \rightarrow 1 = 1$$

Ejemplos 02

$$\frac{\text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\alpha}{\text{cos}^2\alpha - \text{sen}^2\alpha} = \frac{\text{tag}\alpha}{1 - \text{tag}^2\alpha} \rightarrow \frac{\frac{\text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\alpha}{\text{cos}^2\alpha}}{\frac{\text{cos}^2\alpha - \text{sen}^2\alpha}{\text{cos}^2\alpha}} = \frac{\text{tag}\alpha}{1 - \text{tag}^2\alpha} \rightarrow \frac{\frac{\text{sen}\alpha}{\text{cos}\alpha}}{\frac{\text{cos}^2\alpha - \text{sen}^2\alpha}{\text{cos}^2\alpha}} = \frac{\text{tag}\alpha}{1 - \text{tag}^2\alpha} \rightarrow \frac{\text{tag}\alpha}{1 - \text{tag}^2\alpha} = \frac{\text{tag}\alpha}{1 - \text{tag}^2\alpha}$$

Ejemplos 03

$$\begin{aligned} (\text{sen}\alpha + \text{cos}\alpha)^2 + (\text{sen}\alpha - \text{cos}\alpha)^2 &= 2 \rightarrow (\text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha + 2 \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\alpha) + (\text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha - 2 \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\alpha) = 2 \\ \text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha + 2 \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\alpha + \text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha - 2 \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\alpha &= 2 \rightarrow 2(\text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha) = 2 \end{aligned}$$

Ejercicios

a. $\frac{1 - \text{sen}\alpha}{\text{cos}\alpha} = \frac{\text{cos}\alpha}{1 + \text{sen}\alpha}$

e. $\frac{\text{cotag}\alpha + \text{tag}\alpha}{\text{cotag}\alpha - \text{tag}\alpha} = \frac{1}{\text{sec}^2\alpha - \text{cos}^2\alpha}$

b. $\text{cos}^2\alpha + \text{sen}^2\alpha + \text{tag}^2\alpha = \frac{1}{\text{cos}^2\alpha}$

f. $\frac{1 - \text{sen}\alpha}{\text{cos}\alpha} = \frac{\text{cos}\alpha}{1 + \text{sen}\alpha}$

c. $\frac{1 - \text{sen}^2\alpha}{\text{cos}\alpha} = \text{cos}\alpha$

g. $\frac{\text{cos}\alpha}{\text{cotag}\alpha} = \frac{\text{cos}\alpha \cdot \text{sec}\alpha}{\text{cosec}\alpha}$

d. $1 + \frac{1}{\text{tag}^2\alpha} = \frac{1}{\text{sen}^2\alpha}$

h. $\frac{\text{cos}\alpha \cdot \text{sec}\alpha}{\text{cosec}\alpha} = \text{tag}\alpha \cdot \text{cotag}\alpha \cdot \text{sen}\alpha$