

Boletín Logaritmos II Matemáticas 4º E.S.O.

Propiedades de los logaritmos.

- I. El logaritmo de 1 es 0 cualquiera que sea la base.

$$\log_a 1 = 0 \xrightarrow{\text{ejemplo}} 7^0 = 1 \Rightarrow \log_7 1 = 0$$

- II. Cualquiera que sea la base, su logaritmo es 1.

$$\log_a a = 1 \xrightarrow{\text{ejemplo}} 5^1 = 5 \Rightarrow \log_5 5 = 1$$

- III. El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

$$\log_a (P \cdot Q) = \log_a P + \log_a Q$$

- IV. El logaritmo del cociente de dos números es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor.

$$\log_a \frac{P}{Q} = \log_a P - \log_a Q$$

- V. El logaritmo de una potencia es igual al exponente por el logaritmo de la base.

$$\log_a P^n = n \cdot \log_a P$$

- VI. El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo del radicando dividido por el índice de la raíz.

$$\log_a \sqrt[n]{P} = \frac{\log_a P}{n}$$

- VII. Cambio de base. El logaritmo en base a de un número se puede obtener, a partir de los logaritmos decimales, según la siguiente igualdad.

$$\log_a P = \frac{\log_{10} P}{\log_{10} a}$$

Ejemplo

$$\begin{aligned} \log_3 \frac{27 \cdot \sqrt{729}}{81 \cdot \sqrt[3]{27}} &\xrightarrow{\text{aplicamos las propiedades de los logaritmos y...}} \log_3 (27 \cdot \sqrt{729}) - \log_3 (81 \cdot \sqrt[3]{27}) \\ &= (\log_3 27 + \log_3 \sqrt{729}) - (\log_3 81 + \log_3 \sqrt[3]{27}) = \left(\log_3 27 + \frac{\log_3 729}{2} \right) - \left(\log_3 81 + \frac{\log_3 27}{3} \right) = \\ &= \left(3 + \frac{6}{2} \right) - \left(4 + \frac{3}{3} \right) = (3 + 2) - (4 + 1) = 5 - 5 = 0 \end{aligned}$$

Resuelve los siguientes ejercicios aplicando las propiedades anteriores.

a. $\log_5 \frac{25^3 \cdot 125}{625^2}$

b. $\log_7 (\sqrt[3]{7^4})$

c. $\log_5 (\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2})$

d. $\log_5 \frac{\sqrt[4]{625} \cdot 5^2}{125}$

e. $\log_6 \frac{\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt[4]{36} \cdot \sqrt[5]{216}}$

f. $\log_8 \left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}} \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{64}} \right)^{\frac{2}{3}}$

g. $\log_7 \frac{\sqrt[4]{343} \cdot 2401}{49^3}$