

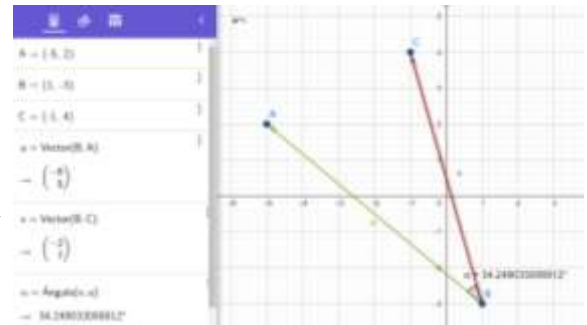
Boletín Geometría IV – Matemáticas 4º E.S.O.

El producto interior o **producto escalar** de dos vectores en un

espacio vectorial es una forma bilineal por lo que se puede

considerar una forma cuadrática definida positiva.

$$\left. \begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{v} &= |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \vartheta \\ \vec{u} \cdot \vec{v} &= x_u \cdot x_v + y_u \cdot y_v \end{aligned} \right\} \Rightarrow \cos \vartheta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{x_u \cdot x_v + y_u \cdot y_v}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$



A partir del coseno se obtiene el ángulo que forman ambos vectores...

Ejemplo.- Dados los puntos A (-5,2) , B (1,-3) y C (-1,4). Calcula el ángulo ABC.

Nota: el ángulo ABC es el ángulo por esos tres puntos donde B está en el medio, por lo tanto calculamos los

vectores BA y BC para hallar el ángulo entre ellos....

$$\left. \begin{aligned} A(-5,2) \\ B(1,-3) \\ C(-1,4) \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \vec{u} = \overrightarrow{BA} &= (x_A - x_B, y_A - y_B) = (-5 - 1, 2 - (-3)) = (-6, 5) \\ \vec{v} = \overrightarrow{BC} &= (x_C - x_B, y_C - y_B) = (-1 - 1, 4 - (-3)) = (-2, 7) \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \vec{u} &= (-6, 5) \\ \vec{v} &= (-2, 7) \end{aligned} \right.$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{u} &= (-6, 5) \\ \vec{v} &= (-2, 7) \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{v} &= (-6) \cdot (-2) + (+7) \cdot (+5) = +12 + 35 = +47 \\ |\vec{u}| &= \sqrt{(-6)^2 + (+5)^2} = \sqrt{61} \\ |\vec{v}| &= \sqrt{(-2)^2 + (+7)^2} = \sqrt{53} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \cos \vartheta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{47}{\sqrt{61} \cdot \sqrt{53}} = 0,826599$$

$$\vartheta = \arccos(0,826599) = \cos^{-1}(0,826599) = 34,24^\circ$$

- Calcula el ángulo que forman los siguientes vectores. Representalos en Geogebra.
 - ABC donde A(2,5) , B(3,7) y C(0,0).
 - BAC donde A(2,3) y B(-3,-7) y C(2,-4)
 - ACB donde A(-5,-2), B(-3,-3) y C(7,0)
 - CBF donde C(-4,-4), F(2,4) y B(-2,5)
- Calcula los ángulos del triángulo formado por los siguientes puntos A (-2, -2) , B (-1,2) y C (2,0).
- Siendo los vértices de un triángulo A(3,1), B(2,-2) y C(0,0), comprueba que sus ángulos miden 180°.

Concepto de perpendicularidad...

$$\vartheta = 90^\circ \Rightarrow \cos \vartheta = 0 \rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = x_u \cdot x_v + y_u \cdot y_v = 0$$

- Calcula el valor de m para que los vectores $\vec{u} = (-2, 2m)$ y $\vec{v} = (m - 1, 3)$ sean perpendiculares.

