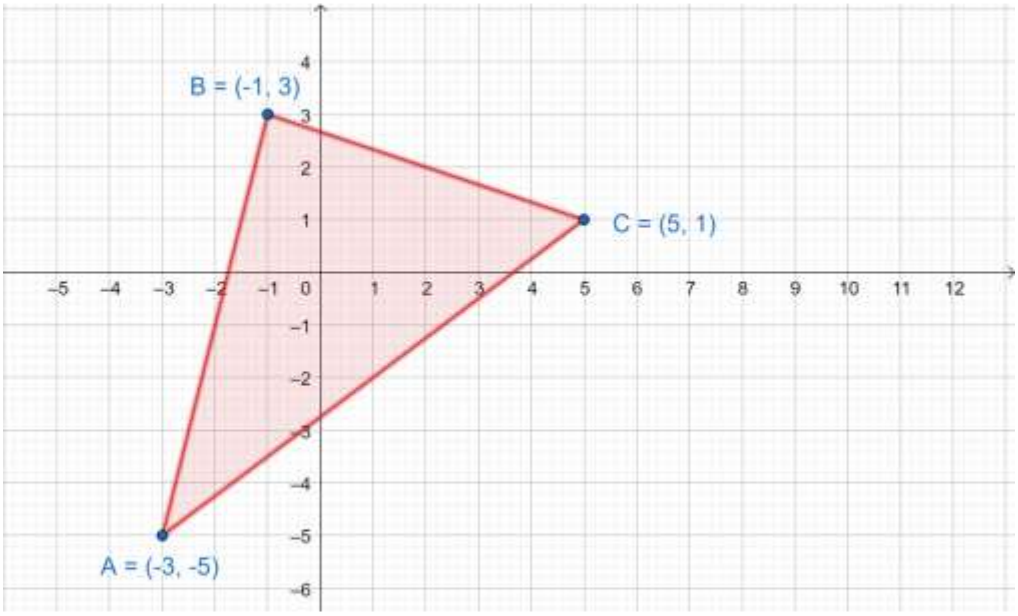
Boletín Geometría V – Matemáticas 4º E.S.O.

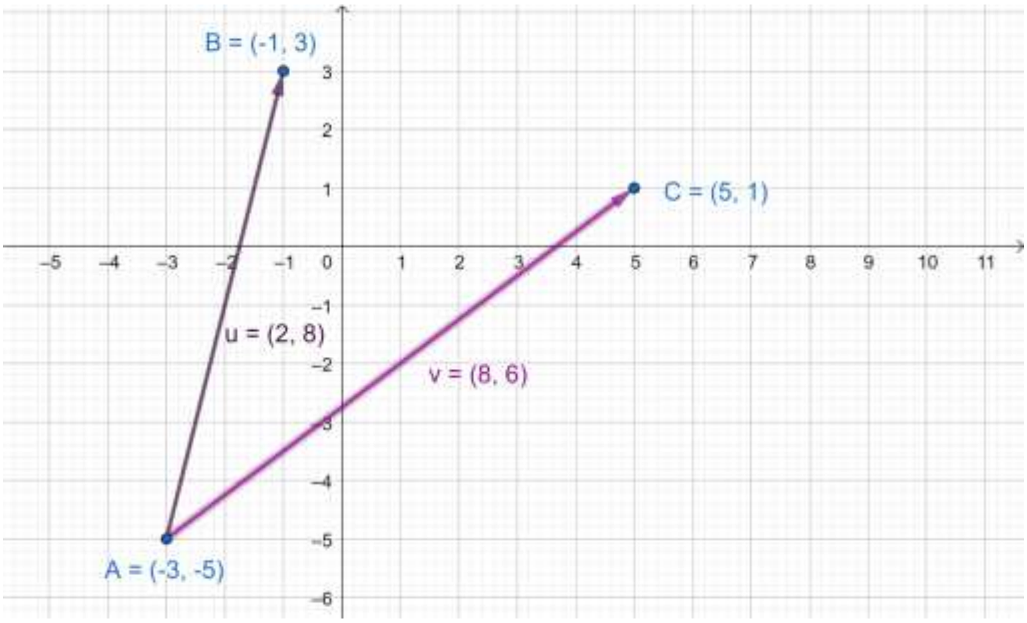
Ejemplo

Siendo los vértices de un triángulo **A(-3,-5), B(-1,3) y C(5,1),** comprueba que sus ángulos miden **180º**



Comenzamos calculando el ángulo A, es decir, el BAC o CAB donde el punto central nos indica donde está el ángulo referido… Debemos calcular los vectores que forman el ángulo como indica la imagen.

$$\left.\begin{array}{l} A(-3,-5) \\ B(-1,+3) \\ C(+5,+1) \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} \vec{u}=\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A\,,y_B-y_A)=(-1-(-3),+3-(-5))=(+2\,,+8) \\ \vec{v}=\overrightarrow{AC}=(x_C-x_A\,,y_C-y_A)=(+5-(-3),+1-(-5))=(+8\,,+6) \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} \vec{u}=(+2\,,+8) \\ \vec{v}=(+8\,,+6) \end{array}\right.$$



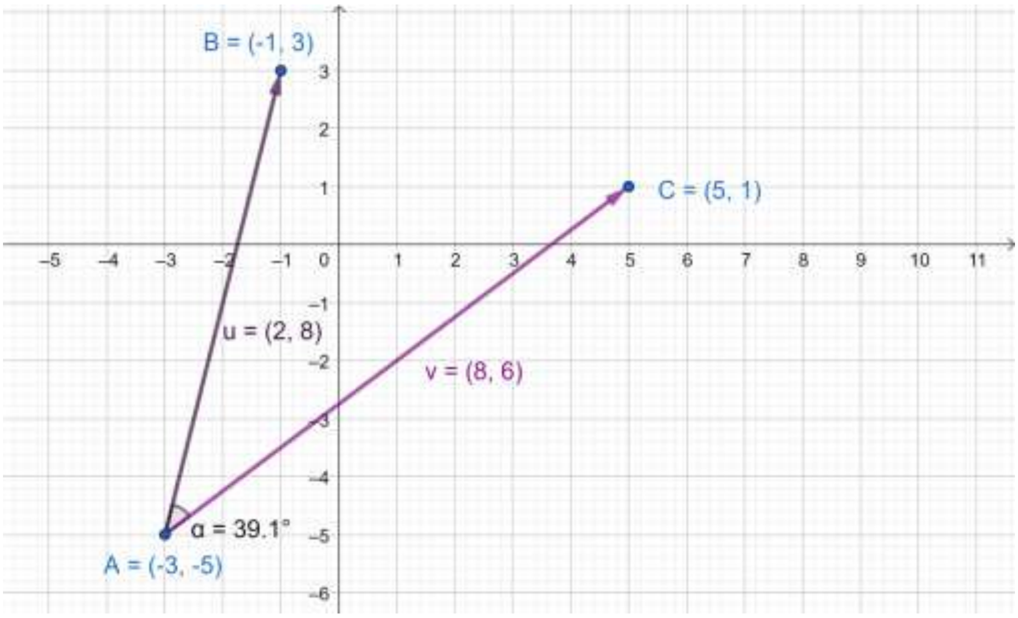
BY NC ND

A partir de producto escalar podemos obtener el ángulo…

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}=(+2,+8)\\ \vec{v}=(+8,+6)\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}\vec{u}\cdot\vec{v}=(+2)\cdot(+8)+(+8)\cdot(+6)=+16+48=+64\\ |\vec{u}|=\sqrt{(+2)^2+(+8)^2}=\sqrt{68}\\ |\vec{v}|=\sqrt{(+8)^2+(+6)^2}=\sqrt{100}=10\end{array}\right\}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}=\frac{64}{\sqrt{68}\cdot 10}=0{,}776114$$

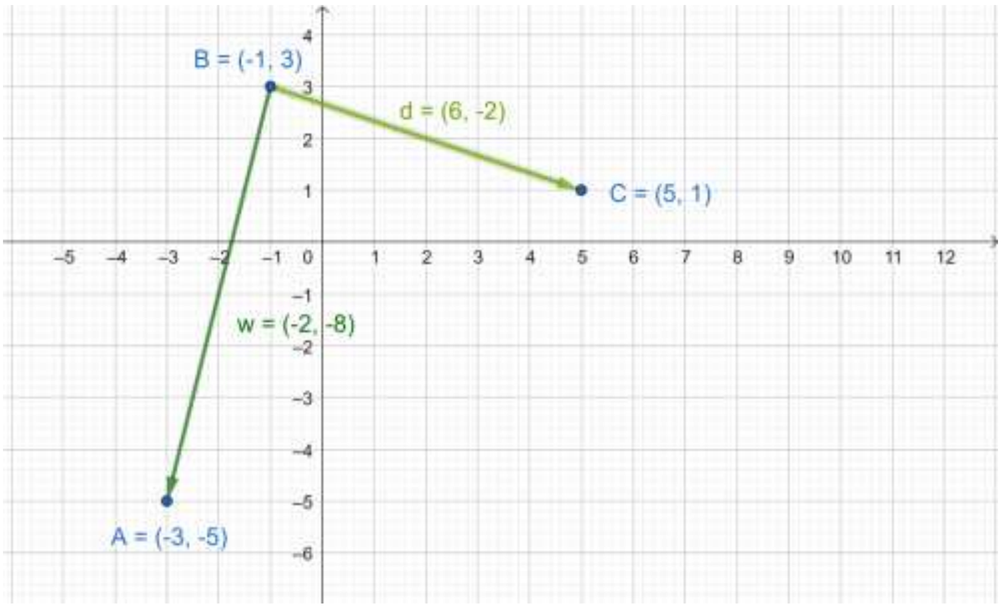
Y, a partir del coseno del ángulo α, obtenemos el ángulo α

$$\alpha=\arccos(0{,}776114)=\cos^{-1}(0{,}776114)=39{,}1º$$



Continuamos por el calculando el ángulo B, es decir, el ACB o CBA. Igual que en el caso anterior, debemos calcular los vectores que forman el ángulo como indica la imagen.

$$\left.\begin{array}{l}A(-3,-5)\\ B(-1,+3)\\ C(+5,+1)\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}\vec{w}=\overrightarrow{BA}=(x_A-x_B,y_A-y_B)=(-3-(-1),-5-(+3))=(-2,-8)\\ \vec{d}=\overrightarrow{BC}=(x_C-x_B,y_C-y_B)=(+5-(-1),+1-3)=(+6,-2)\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}\vec{w}=(-2,-8)\\ \vec{d}=(+6,-2)\end{array}\right.$$



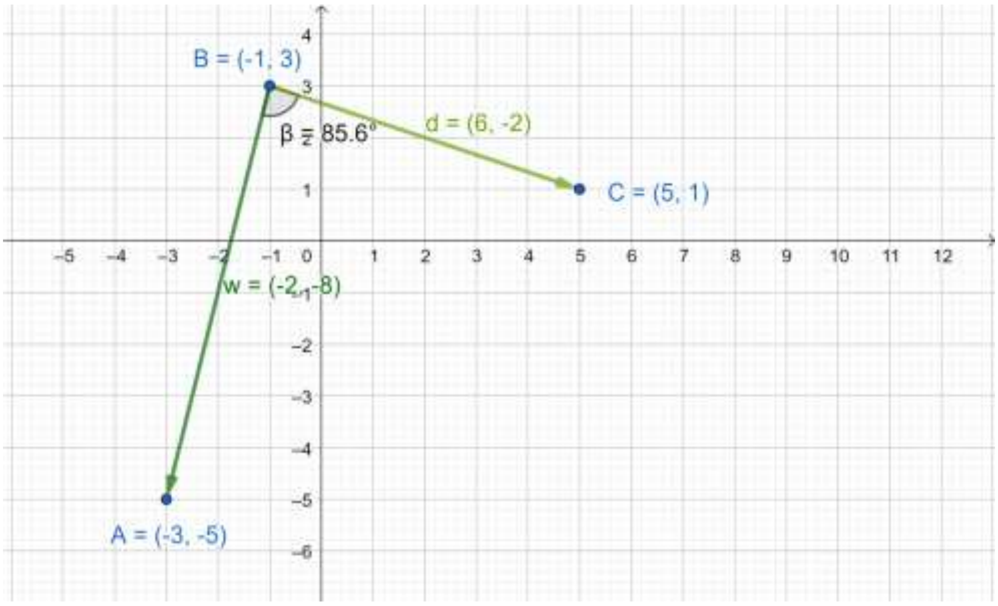
BY NC ND

A partir de producto escalar podemos obtener el ángulo…

$$\left.\begin{array}{l}\vec{w}=(-2,-8)\\ \vec{d}=(+6,-2)\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}\vec{w}\cdot\vec{d}=(-2)\cdot(+6)+(-8)\cdot(-2)=-12+16=+4\\ |\vec{w}|=\sqrt{(-2)^2+(-8)^2}=\sqrt{68}\\ |\vec{d}|=\sqrt{(+6)^2+(-2)^2}=\sqrt{40}\end{array}\right\}\Rightarrow\cos\beta=\frac{\vec{w}\cdot\vec{d}}{|\vec{w}|\cdot|\vec{d}|}=\frac{+4}{\sqrt{68}\cdot\sqrt{40}}=0{,}076696$$

Y, a partir del coseno del ángulo β, obtenemos el ángulo β

$$\beta=\arccos(0{,}076696)=\cos^{-1}(0{,}076696)=85{,}6^{\circ}$$



¿Serías capaz de calcular el ángulo que falta γ y comprobar que forman 180º?

CC BY NC ND